Petre Năchilă

Ora de matematică

Clasa a V-a

Editura NOMINA

Lucrarea este elaborată în conformitate cu programele şcolare în vigoare.

Referent ştiinţific: Magdalena Claudia Uleia

Editor: Alexandru Creangă
Ilustraţia copertei: Ioana Pioaru
Tehnoredactare: Carmen Rădulescu

Pentru comenzi prin poştă: 0757.020.442
0348.439.417

Telefon	**Zona**
0741.488.918	Oltenia (Dolj, Gorj şi Mehedinţi), Banat şi Transilvania (Alba şi Hunedoara);
0748.111.247	Crişana şi Transilvania (Sălaj, Cluj, Mureş, Harghita şi Covasna);
0751.207.922	Oltenia (Vâlcea şi Olt), Transilvania (Braşov şi Sibiu) şi Muntenia (Argeş, Teleorman şi Giurgiu);
0757.020.443	Transilvania (jud. Bistriţa-Năsăud) şi zona Maramureş;
0746.200.413, 0769.221.685	Buzău, Bacău, Neamţ, Suceava; Vrancea, Vaslui, Iaşi, Botoşani;
0744.429.512	Muntenia (Dâmboviţa, Prahova, Brăila, Ialomiţa şi Călăraşi), Dobrogea şi jud. Galaţi;
0755.107.291, 0769.221.680, 0757.020.440	Bucureşti

Punct de lucru: Loc. Bradu, DN 65B, nr. 31, jud. Argeş
e-mail: comenzi.nomina@gmail.com
www.edituranomina.ro
www.librarianomina.ro

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
NĂCHILĂ, PETRE
Ora de matematică : clasa a V-a / Petre Năchilă. - Piteşti : Nomina, 2021
ISBN 978-606-535-876-8

51

CUPRINS

CAPITOLUL 1
Numere naturale

1.1. Scrierea şi citirea numerelor naturale

Pentru scrierea unui număr natural se folosesc simboluri. Ținând cont de ordonarea şi gruparea simbolurilor putem stabili două moduri de scriere a numerelor:

• scriere pozițională – folosind zece simboluri (semne grafice) numite cifre arabe: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;

• scriere nepozițională – folosind simboluri numite cifre romane: I, V, X, L, C, D, M.

Corespondența lor este ilustrată în tabelul de mai jos:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Sistemul de scriere cu cifre arabe este *zecimal* pentru că zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior.

De exemplu, 10 unități formează o zece; 10 zeci formează o sută; 10 sute formează o mie etc.

Această scriere se mai numeşte şi scrierea în baza 10 sau descompunerea zecimală a unui număr natural.

Exemplu: $185 = 1 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 5$; $3024 = 3 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 4$.

În general: $\overline{ab} = a \cdot 10 + b, (a \neq 0)$; $\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c, (a \neq 0)$;

$\overline{abcd} = a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d, (a \neq 0)$, şi aşa mai departe. Scrierea cu cifre arabe este pozițională pentru că cifrele reprezintă valori diferite în funcție de poziția pe care o ocupă în scrierea numărului.

Exemplu: În numărul 342312, cifra 2 apare de două ori şi are valorile 2 unități şi 2 mii, cifra 3 de două ori, 3 sute şi 3 sute de mii.

Citirea numerelor naturale scrise în baza 10 presupune împărțirea numărului în grupe de câte trei cifre, de la dreapta la stânga numite *clase*. Fiecare astfel de grupă este compusă din unități, zeci, sute.

Exerciţiu rezolvat

Citiți numerele: 6 052 411; 2 401 732 002.

Rezolvare: - şase milioane cincizeci şi două de mii patru sute unsprezece;

- două miliarde patru sute unu milioane şapte sute treizeci şi două mii doi.

Sistemul de scriere cu cifre romane nu este zecimal şi nici pozițional. În formarea numerelor cu cifre romane se respectă următoarele reguli:

- O cifră cu valoare mai mică sau egală scrisă la dreapta unei cifre cu valoare mai mare reprezintă o sumă;

Exemplu: XIII = 10 + 1 + 1 + 1 = 13; XXVI = 10 + 10 + 5 + 1 = 26.

- O cifră cu valoare mai mică scrisă în stânga unei cifre cu valoare mai mare reprezintă o diferență;

Exemplu: XL = 50 – 10 = 40; XC = 100 – 10 = 90; CM = 1000 – 100 = 900.

Observaţie: Nu se poate scădea mai mult de o cifră.

- Într-un număr, numai cifrele I, X, C, M se pot repeta, în poziții alăturate, dar nu mai mult de 3 ori;
- Cifrele V, L, D nu se scad şi nici nu se pot repeta în acelaşi număr;
- O cifră sau un grup de cifre subliniată superior reprezintă un număr mărit de 1000 de ori.

Exemplu: $\overline{X} = 10000$; $\overline{XC} = 90000$; $\overline{CM} = 900000$.

Exerciţiu rezolvat

Scrieți numerele: 252; 1948; 34 cu cifre romane.

Rezolvare: 252 = 200 + 50 + 2 = CCLII, unde: 200 = CC, 50 = L, 2 = II;
1948 = 1000 + 900 + 40 + 8 = MCMXLVIII; 34 = XXXIV.

Dacă se scriu numerele naturale în ordinea 0, 1, 2, 3,…,8, 9, 10, 11, 12,…se obține un şir numit şirul numerelor naturale. Observăm că 3 = 2 + 1; 12 = 11 + 1;

Spunem că 3 este succesorul lui 2 sau 2 îl precede pe 3, 11 îl precede pe 12 sau 12 este succesorul lui 11. Numerele 2, 3 sau 11, 12 sunt *consecutive*. În general, dacă n este un număr natural oarecare, $n - 1$ este predecesorul lui n iar $n + 1$ este succesorul lui n. Numerele $n - 1$; n; $n + 1$ se numesc *numere consecutive*.

Observaţie:

- De la 1 la n sunt n numere naturale şi de la 0 la n sunt $n + 1$ *numere naturale*.
- De la a la b (inclusiv a şi b) sunt $b - a + 1$ numere naturale.

Exerciţiu rezolvat

Câte numere naturale sunt de la 1 la 52?; Dar de la 0 la 27?; Dar de la 13 la 38?
Rezolvare: De la 1 la 52 sunt 52 de numere; De la 0 la 27 sunt $27 + 1 = 28$ numere naturale; De la 13 la 38 sunt $38 - 13 + 1 = 26$ numere naturale.

În şirul numerelor naturale observăm numerele 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, …, 26, 28, … care formează şi ele un şir numit şirul numerelor *pare*. Orice număr par este de forma $2 \cdot k$, unde k este un număr natural.

$$0 = 2 \cdot 0;\ 2 = 2 \cdot 1;\ 4 = 2 \cdot 2;\ \ldots;\ 28 = 2 \cdot 14$$

Tot în şirul numerelor naturale, putem observa numerele: 1, 3, 5, 7, 9,…21, 23,… numit şirul numerelor *impare*.

Se observă că: $1 = 2 \cdot 0 + 1$; $3 = 2 \cdot 1 + 1$; …; $21 = 2 \cdot 10 + 1$. Orice număr impar este de forma $2k + 1$, unde k este număr natural.

Exerciţii rezolvate

1. a) Câte numere pare sunt de la 346 la 2014?

b) Câte numere impare sunt de la 225 la 979?

Rezolvare:

a) $346 = 2 \cdot 173$ Determinăm valorile lui k:

$348 = 2 \cdot 174$ $1007 - 173 + 1 = 835$ numere pare.

$2014 = 2 \cdot k \cdot 1007$

b) $225 = 2 \cdot 112 + 1$ Determinăm valorile lui k:

$227 = 2 \cdot 113 + 1$ $489 - 112 +1 = 378$ numere naturale impare.

$979 = 2 \cdot 489 + 1$

$2 \cdot k + 1$

2. Câte numere de două cifre distincte există?

Rezolvare:

$\overline{ab}$	$a = 1$	$a = 2$	$9 \cdot 9 = 81$ numere naturale
$a \in \{1; \ldots; 9\}$	$b = 2$	$b = 0$	
$b \in \{0; 1; \ldots; 9\}$	$b = 3$	$b = 1$	
$a \neq b$	$\vdots$	$\vdots$	
	$b = 9$	$b = 9$	
	$b = 0$		

Probleme propuse

*

1. Scrieți cu ajutorul cifrelor următoarele numere naturale:
a) trei mii trei;
b) şapte mii opt sute doi;
c) patru milioane şase;
d) nouă mii trei sute şaisprezece;
e) patru sute milioane şapte sute mii patru sute cinci zeci.

2. Citiți numerele:
a) 13 542 100; b) 402 068; c) 1 000 004;
d) 89 600 894; e) 4 210 585 000.

3. Precizați predecesorul şi succesorul numerelor naturale: 8322; 2002; 567231; 445; 40000000.

4. Scrieți cu cifre romane numerele: 5; 12; 28; 111; 242.

5. Scrieți cu cifre arabe numerele: XXIII; XI; MMIII;

6. Stabiliți câte numere naturale există între 234 şi 252 şi între 1345 şi 1381.

7. Scrieți 4 numere pare cu suma cifrelor 10.

8. Scrieți următoarele numere descompuse în baza 10: $\overline{aaaa}$; $\overline{a0c}$; $\overline{ab00cd}$; $\overline{aac}$.

9. Scrieți toate numerele naturale:
a) mai mari sau cel puțin egale cu 2 şi mai mici şi cel mult egale cu 20;
b) mai mari decât 7 şi mai mici decât 18;
c) mai mici sau cel mult egale cu 10.

**

10. Câte numere cuprinse între 40 şi 70 conțin cifra 5: dar două cifre identice?

11. Scrieți toate numerele cuprinse între 38 şi 52.

12. Aflați cel mai mare număr natural de forma $\overline{a1bb}\,(a \neq b)$.

13. Scrieți toate numerele naturale pare şi toate numerele impare de forma $\overline{328a}$.

14. Scrieți cel mai mic număr natural de cinci cifre cu toate cifrele diferite.

15. Scrieți 5 numere naturale consecutive astfel încât unul dintre ele să fie 2000. Câte soluții există?
(D. Drăcea, I. Pătraşcu, M. Basarab, C. Basarab, *Probleme de matematică pentru gimnaziu*)

16. De câte ori se foloseşte fiecare din cifrele 1, 4, 7 pentru a scrie numere naturale de la 0 la 180 inclusiv?

17. Fie $\overline{abc}$ un număr natural de trei cifre, unde a, b, c sunt cifre pare consecutive. Scrieți cel mai mic număr de această formă.

18. Să se afle cifra b, ştiind că $\overline{bb} + b = 60$.

19. Câte numere de trei cifre distincte se pot forma folosind numai cifrele 1, 2, 4?

20. Câte numere impare se află în şirul 21, 22, 23,…, 231?

21. Aflați următorii 4 termeni din şirul: 3, 6, 12,… .

***

22. Să se determine numerele naturale $\overline{abc}$ dacă $\overline{abc} = \overline{bc}\left(1 + \overline{bc}\right)$.

23. Să se determine trei numere naturale consecutive dacă diferența dintre produsul ultimelor două numere şi produsul primelor două numere este 52.

24. Să se determine numărul natural de patru cifre distincte scrise în ordine crescătoare care au suma cifrelor 15.

25. Să se determine numerele naturale $\overline{abcd}$ ştiind că $\overline{abcd} - \overline{abc} - \overline{ab} - a = 1898$.

(Petre Năchilă, Cătălin Năchilă, *Exerciții şi probleme pentru cercurile de matematică, Clasa a V-a*, 2012)

Regula produsului. Numărul numerelor de n cifre cu proprietatea că pentru cifra de pe poziția k, $1 \leq k \leq n$, există m_k posibilități de alegere independente în raport cu alegerile cifrelor anterioare, este egal cu $m_1 \cdot m_2 \cdot \ldots \cdot m_k$.

26. Folosind regula produsului, aflați:

a) câte numere naturale de forma $\overline{abcd}$ cu $a \neq b \neq c \neq a$ există;

b) câte numere naturale impare de forma $\overline{abcd}$ cu $a > b > c > d$ există.

27. Determinați numerele naturale de trei cifre care:

a) au produsul cifrelor egal cu 0;

b) au produsul cifrelor egal cu 24;

c) au produsul cifrelor cel puțin egal cu 300.

28. Determinați $a + b + c + d$, ştiind că $\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{ab} + a = 2016$.

29. Determinați numărul numerelor naturale $n = \overline{ab}$ care au suma cifrelor mai mare decât suma cifrelor lui $n + 3$.

30. Determinați numerele $\overline{mnp}$, ştiind că $\overline{mnp} = \overline{mn} + \overline{np} + \overline{pm}$.

31. Care este numărul de scăderi ce se pot efectua în scrierea cu cifre romane?

32. În scrierea următoare, mutați un bețişor pentru a obține o egalitate. Găsiți cel puțin două variante.

XIII — IV = VII