

**Petre Năchilă**

# **Ora de matematică**

## **Clasa a V-a**

**Editura NOMINA**

Lucrarea este elaborată în conformitate cu programele școlare în vigoare.

Referent științific: Magdalena Claudia Uleia

Editor: Alexandru Creangă

Ilustrația copertei: Ioana Pioaru

Tehnoredactare: Carmen Rădulescu

Pentru comenzi prin poștă: 0757.020.442  
0348.439.417

<b>Telefon</b>	<b>Zona</b>
0741.488.918	Oltenia (Dolj, Gorj și Mehedinți), Banat și Transilvania (Alba și Hunedoara);
0748.111.247	Crișana și Transilvania (Sălaj, Cluj, Mureș, Harghita și Covasna);
0751.207.922	Oltenia (Vâlcea și Olt), Transilvania (Brașov și Sibiu) și Muntenia (Argeș, Teleorman și Giurgiu);
0757.020.443	Transilvania (jud. Bistrița-Năsăud) și zona Maramureș;
0746.200.413, 0769.221.685	Buzău, Bacău, Neamț, Suceava; Vrancea, Vaslui, Iași, Botoșani;
0744.429.512	Muntenia (Dâmbovița, Prahova, Brăila, Ialomița și Călărași), Dobrogea și jud. Galați;
0755.107.291, 0769.221.680, 0757.020.440	București

Punct de lucru: Loc. Bradu, DN 65B, nr. 31, jud. Argeș

e-mail: comenzi.nomina@gmail.com

[www.edituranomina.ro](http://www.edituranomina.ro)

[www.librarianomina.ro](http://www.librarianomina.ro)

### **Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**

**NĂCHILĂ, PETRE**

**Ora de matematică : clasa a V-a / Petre Năchilă. - Pitești : Nomina, 2021**

ISBN 978-606-535-876-8

# CUPRINS

## CAPITOLUL 1. NUMERE NATURALE

1.1. Scrierea și citirea numerelor naturale.....	5
1.2. Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor.....	10
1.3. Adunarea numerelor naturale.....	13
1.4. Scăderea numerelor naturale.....	16
1.5. Înmulțirea numerelor naturale. Factor comun.....	19
1.6. Ordinea efectuării operațiilor.....	23
1.7. Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale.....	26
1.8. Împărțirea cu rest a numerelor naturale.....	29
1.9. Ridicarea la putere cu exponent natural a unui număr natural.....	32
1.10. Compararea puterilor numerelor naturale.....	36
1.11. Pătratul și cubul unui număr natural. Pătrate și cuburi perfecte.....	38
1.12. Ordinea efectuării operațiilor (II).....	41
1.13. Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2. Sisteme de numerație.....	44
1.14. Metode de rezolvare a problemelor de aritmetică.....	46
1.15. Noțiunea de divizor. noțiunea de multiplu. Criterii de divizibilitate cu 2, 5, $10^n$ , 3, 9, $2^n$ , $n \in \mathbb{N}^*$ .....	58
1.16. Principiul parității. Determinarea unor numere prime în condiții date.....	63
TESTE DE EVALUARE.....	65
1.17. Probleme pentru concursurile școlare.....	67

## CAPITOLUL 2 FRAȚII ORDINARE. FRAȚII ZECIMALE

2.1. Introducerea noțiunii de fracție. Frație ordinară.....	70
2.2. Frații echiunitare, fracții subunitare, fracții supraunitare.....	73
2.3. Aflarea unei fracții dintr-un număr natural. Procent.....	77
2.4. Frații echivalente. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile. Număr rațional.....	81
2.5. Adunarea și scăderea fracțiilor.....	88
2.6. Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare. Ordonarea fracțiilor ordinare.....	96
TESTE DE EVALUARE.....	102
2.7. Înmulțirea fracțiilor ordinare.....	106
2.8. Ridicarea la putere cu exponent natural a unui număr rațional.....	110
2.9. Împărțirea numerelor raționale pozitive.....	114
2.10. Scrierea fracțiilor ordinare sub formă de fracții zecimale. Transformarea unei fracții zecimale finite în fracție ordinară.....	118
2.11. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale finite.....	124
2.12. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale finite.....	130
TESTE DE EVALUARE.....	137
2.13. Înmulțirea fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule.....	138
2.14. Ridicarea la putere cu exponent natural a unei fracții zecimale finite.....	142
2.15. Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală și transformarea fracțiilor zecimale periodice.....	146
2.16. Împărțirea a două fracții zecimale finite.....	152

2.17. Ordinea efectuării operațiilor .....	157
2.18. Media aritmetică a două fracții zecimale finite .....	161
2.19. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții în care intervin și unități de măsură .....	165
2.20. Probleme de organizare a datelor statistice. Grafice .....	167
TESTE DE EVALUARE .....	171
2.21. Probleme pentru concursurile școlare .....	174
<b>CAPITOLUL 3. GEOMETRIE ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ</b>	
3.1. Dreapta. Segmentul de dreaptă. Măsurarea unui segment de dreaptă .....	176
3.2. Unghiul. Triunghiul. Patrulaterul. Cercul .....	180
3.3. Simetrie; axa de simetrie, translația .....	186
3.4. Corpuri geometrice .....	191
3.5. Unități de măsură pentru lungime. Perimetre, transformări .....	194
3.6. Unități de măsură pentru arie .....	197
3.7. Unități de măsură pentru volum. Volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic. Transformări .....	201
TESTE DE EVALUARE .....	204
3.8. Unități de măsură pentru capacitate. Transformări .....	205
3.9. Unități de măsură pentru masă. Transformări .....	207
3.10. Unități de măsură pentru timp. Transformări .....	210
3.11. Unități monetare. Transformări .....	212
TESTE DE EVALUARE .....	213
<b>VARIANTE DE LUCRĂRI SEMESTRIALE</b>	
SEMESTRUL I .....	215
SEMESTRUL AL II-LEA .....	217
<b>SOLUȚII</b> .....	219

# CAPITOLUL 1

## Numere naturale

### 1.1. Scrierea și citirea numerelor naturale

Pentru scrierea unui număr natural se folosesc simboluri. Ținând cont de ordonarea și gruparea simbolurilor putem stabili două moduri de scriere a numerelor:

- scriere pozițională – folosind zece simboluri (semne grafice) numite cifre arabe: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;
- scriere nepozițională – folosind simboluri numite cifre romane: I, V, X, L, C, D, M. Corespondența lor este ilustrată în tabelul de mai jos:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Sistemul de scriere cu cifre arabe este *zecimal* pentru că zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior.

De exemplu, 10 unități formează o zece; 10 zeci formează o sută; 10 sute formează o mie etc.

Această scriere se mai numește și scrierea în baza 10 sau descompunerea zecimală a unui număr natural.

**Exemplu:**  $185 = 1 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 5$ ;  $3024 = 3 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 4$ .

În general:  $\overline{ab} = a \cdot 10 + b$ , ( $a \neq 0$ );  $\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$ , ( $a \neq 0$ );

$\overline{abcd} = a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$ , ( $a \neq 0$ ), și așa mai departe. Scrierea cu cifre arabe este pozițională pentru că cifrele reprezintă valori diferite în funcție de poziția pe care o ocupă în scrierea numărului.

**Exemplu:** În numărul 342312, cifra 2 apare de două ori și are valorile 2 unități și 2 mii, cifra 3 de două ori, 3 sute și 3 sute de mii.

Citirea numerelor naturale scrise în baza 10 presupune împărțirea numărului în grupe de câte trei cifre, de la dreapta la stânga numite *clase*. Fiecare astfel de grupă este compusă din unități, zeci, sute.

### Exercițiu rezolvat

Citiți numerele: 6 052 411; 2 401 732 002.

*Rezolvare:* - șase milioane cincizeci și două de mii patru sute unsprezece;  
- două miliarde patru sute unu milioane șapte sute treizeci și două mii doi.

Sistemul de scriere cu cifre romane nu este zecimal și nici pozițional. În formarea numerelor cu cifre romane se respectă următoarele reguli:

- O cifră cu valoare mai mică sau egală scrisă la dreapta unei cifre cu valoare mai mare reprezintă o sumă;

**Exemplu:** XIII = 10 + 1 + 1 + 1 = 13; XXVI = 10 + 10 + 5 + 1 = 26.

- O cifră cu valoare mai mică scrisă în stânga unei cifre cu valoare mai mare reprezintă o diferență;

**Exemplu:** XL = 50 – 10 = 40; XC = 100 – 10 = 90; CM = 1000 – 100 = 900.

**Observație:** Nu se poate scădea mai mult de o cifră.

- Într-un număr, numai cifrele I, X, C, M se pot repeta, în poziții alăturate, dar nu mai mult de 3 ori;

- Cifrele V, L, D nu se scad și nici nu se pot repeta în același număr;

- O cifră sau un grup de cifre subliniată superior reprezintă un număr mărit de 1000 de ori.

**Exemplu:**  $\overline{X}$  = 10000;  $\overline{XC}$  = 90000;  $\overline{CM}$  = 900000.

### Exercițiu rezolvat

Scrieți numerele: 252; 1948; 34 cu cifre romane.

*Rezolvare:* 252 = 200 + 50 + 2 = CCLII, unde: 200 = CC, 50 = L, 2 = II;  
1948 = 1000 + 900 + 40 + 8 = MCMXLVIII; 34 = XXXIV.

Dacă se scriu numerele naturale în ordinea 0, 1, 2, 3, ..., 8, 9, 10, 11, 12, ... se obține un șir numit șirul numerelor naturale. Observăm că 3 = 2 + 1; 12 = 11 + 1;

Spunem că 3 este succesorul lui 2 sau 2 îl precede pe 3, 11 îl precede pe 12 sau 12 este succesorul lui 11. Numerele 2, 3 sau 11, 12 sunt *consecutive*. În general, dacă  $n$  este un număr natural oarecare,  $n - 1$  este predecesorul lui  $n$  iar  $n + 1$  este succesorul lui  $n$ . Numerele  $n - 1$ ;  $n$ ;  $n + 1$  se numesc *numere consecutive*.

**Observație:**

- De la 1 la  $n$  sunt  $n$  numere naturale și de la 0 la  $n$  sunt  $n + 1$  numere naturale.
- De la  $a$  la  $b$  (inclusiv  $a$  și  $b$ ) sunt  $b - a + 1$  numere naturale.

**Exercițiu rezolvat**

Câte numere naturale sunt de la 1 la 52?; Dar de la 0 la 27?; Dar de la 13 la 38?  
*Rezolvare:* De la 1 la 52 sunt 52 de numere; De la 0 la 27 sunt  $27 + 1 = 28$  numere naturale; De la 13 la 38 sunt  $38 - 13 + 1 = 26$  numere naturale.

În șirul numerelor naturale observăm numerele 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ..., 26, 28, ... care formează și ele un șir numit șirul numerelor *pare*. Orice număr par este de forma  $2 \cdot k$ , unde  $k$  este un număr natural.

$$0 = 2 \cdot 0; 2 = 2 \cdot 1; 4 = 2 \cdot 2; \dots; 28 = 2 \cdot 14$$

Tot în șirul numerelor naturale, putem observa numerele: 1, 3, 5, 7, 9, ..., 21, 23, ... numit șirul numerelor *impare*.

Se observă că:  $1 = 2 \cdot 0 + 1$ ;  $3 = 2 \cdot 1 + 1$ ; ...;  $21 = 2 \cdot 10 + 1$ . Orice număr impar este de forma  $2k + 1$ , unde  $k$  este număr natural.

**Exerciții rezolvate**

**1.** a) Câte numere pare sunt de la 346 la 2014?

b) Câte numere impare sunt de la 225 la 979?

*Rezolvare:*

a) $346 = 2 \cdot 173$	Determinăm valorile lui $k$ :
$348 = 2 \cdot 174$	$1007 - 173 + 1 = 835$ numere pare.

-----  
 $2014 = 2 \cdot k \cdot 1007$

b) $225 = 2 \cdot 112 + 1$	Determinăm valorile lui $k$ :
$227 = 2 \cdot 113 + 1$	$489 - 112 + 1 = 378$ numere naturale impare.

-----  
 $979 = 2 \cdot 489 + 1$   
 $2 \cdot k + 1$

**2.** Câte numere de două cifre distincte există?

*Rezolvare:*

$\overline{ab}$	$a = 1$	$a = 2$	$9 \cdot 9 = 81$ numere naturale
$a \in \{1; \dots; 9\}$	$b = 2$	$b = 0$	
$b \in \{0; 1; \dots; 9\}$	$b = 3$	$b = 1$	
$a \neq b$	$\vdots$	$\vdots$	
	$b = 9$	$b = 9$	
	$b = 0$		

## Probleme propuse

\*

1. Scrieți cu ajutorul cifrelor următoarele numere naturale:
  - a) trei mii trei;
  - b) șapte mii opt sute doi;
  - c) patru milioane șase;
  - d) nouă mii trei sute șaisprezece;
  - e) patru sute milioane șapte sute mii patru sute cinci zeci.
2. Citiți numerele:
  - a) 13 542 100;
  - b) 402 068;
  - c) 1 000 004;
  - d) 89 600 894;
  - e) 4 210 585 000.
3. Precizați predecesorul și succesul numerelor naturale: 8322; 2002; 567231; 445; 40000000.
4. Scrieți cu cifre romane numerele: 5; 12; 28; 111; 242.
5. Scrieți cu cifre arabe numerele: XXIII; XI; MMIII;
6. Stabiliți câte numere naturale există între 234 și 252 și între 1345 și 1381.
7. Scrieți 4 numere pare cu suma cifrelor 10.
8. Scrieți următoarele numere descompuse în baza 10:  $\overline{aaaa}$ ;  $\overline{a0c}$ ;  $\overline{ab00cd}$ ;  $\overline{aac}$ .
9. Scrieți toate numerele naturale:
  - a) mai mari sau cel puțin egale cu 2 și mai mici și cel mult egale cu 20;
  - b) mai mari decât 7 și mai mici decât 18;
  - c) mai mici sau cel mult egale cu 10.

\*\*

10. Câte numere cuprinse între 40 și 70 conțin cifra 5: dar două cifre identice?
11. Scrieți toate numerele cuprinse între 38 și 52.
12. Aflați cel mai mare număr natural de forma  $\overline{a1bb}$  ( $a \neq b$ ).
13. Scrieți toate numerele naturale pare și toate numerele impare de forma  $\overline{328a}$ .
14. Scrieți cel mai mic număr natural de cinci cifre cu toate cifrele diferite.
15. Scrieți 5 numere naturale consecutive astfel încât unul dintre ele să fie 2000. Câte soluții există?  
(D. Drăcea, I. Pătrașcu, M. Basarab, C. Basarab, *Probleme de matematică pentru gimnaziu*)
16. De câte ori se folosește fiecare din cifrele 1, 4, 7 pentru a scrie numere naturale de la 0 la 180 inclusiv?
17. Fie  $\overline{abc}$  un număr natural de trei cifre, unde  $a, b, c$  sunt cifre pare consecutive. Scrieți cel mai mic număr de această formă.
18. Să se afle cifra  $b$ , știind că  $\overline{bb} + b = 60$ .

19. Câte numere de trei cifre distincte se pot forma folosind numai cifrele 1, 2, 4?

20. Câte numere impare se află în șirul 21, 22, 23, ..., 231?

21. Aflați următorii 4 termeni din șirul: 3, 6, 12, ...

\*\*\*

22. Să se determine numerele naturale  $\overline{abc}$  dacă  $\overline{abc} = \overline{bc}(1 + \overline{bc})$ .

23. Să se determine trei numere naturale consecutive dacă diferența dintre produsul ultimelor două numere și produsul primelor două numere este 52.

24. Să se determine numărul natural de patru cifre distincte scrise în ordine crescătoare care au suma cifrelor 15.

25. Să se determine numerele naturale  $\overline{abcd}$  știind că  $\overline{abcd} - \overline{abc} - \overline{ab} - a = 1898$ .

(Petre Năchilă, Cătălin Năchilă, *Exerciții și probleme pentru cercurile de matematică, Clasa a V-a*, 2012)

**Regula produsului.** Numărul numerelor de  $n$  cifre cu proprietatea că pentru cifra de pe poziția  $k$ ,  $1 \leq k \leq n$ , există  $m_k$  posibilități de alegere independente în raport cu alegerile cifrelor anterioare, este egal cu  $m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_k$ .

26. Folosind regula produsului, aflați:

a) câte numere naturale de forma  $\overline{abcd}$  cu  $a \neq b \neq c \neq a$  există;

b) câte numere naturale impare de forma  $\overline{abcd}$  cu  $a > b > c > d$  există.

27. Determinați numerele naturale de trei cifre care:

a) au produsul cifrelor egal cu 0;

b) au produsul cifrelor egal cu 24;

c) au produsul cifrelor cel puțin egal cu 300.

28. Determinați  $a + b + c + d$ , știind că  $\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{ab} + a = 2016$ .

29. Determinați numărul numerelor naturale  $n = \overline{ab}$  care au suma cifrelor mai mare decât suma cifrelor lui  $n + 3$ .

30. Determinați numerele  $\overline{mnp}$ , știind că  $\overline{mnp} = \overline{mn} + \overline{np} + \overline{pm}$ .

31. Care este numărul de scăderi ce se pot efectua în scrierea cu cifre romane?

32. În scrierea următoare, mutați un bețișor pentru a obține o egalitate. Găsiți cel puțin două variante.

$$\times ||| - | \vee = \vee ||$$